



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Επαναληπτική εξέταση στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι 26 Σεπτεμβρίου 2001

Διδάσκοντες: Ρ. Βλαστού, Σ. Παπαδόπουλος, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες Απαντήστε σε όλα τα θέματα Τα θέματα είναι ισοδύναμα

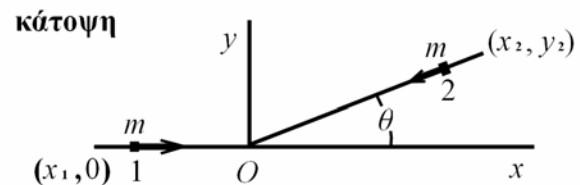
Θέμα 1 Δύο σωματίδια ίδιας μάζας m και με σταθερή κινητική ενέργεια E το καθένα, κινούνται μη σχετικιστικά σε ευθύγραμμες τροχιές πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η γωνία θ είναι ίση με 30° . Τη στιγμή $t=0$ οι συντεταγμένες των σωματιδίων 1 και 2 είναι $(x_1, 0)$ και (x_2, y_2) αντίστοιχα. Μπορεί να ληφθεί ως δεδομένο ότι τα σωματίδια δεν θα συγκρουσθούν.

(α) Υπολογίστε τις ταχύτητες \vec{v}_1 και \vec{v}_2 των σωματιδίων στο σύστημα Oxy . (Χρησιμοποιήστε τα μοναδιαία διανύσματα \hat{x} και \hat{y}).

(β) Γράψτε τα διανύσματα θέσης $\vec{r}_1(t)$ και $\vec{r}_2(t)$ των σωματιδίων.

(γ) Βρείτε το διάνυσμα θέσης $\vec{R}(t)$ του κέντρου μάζας των δύο σωματιδίων, και την ταχύτητα του κέντρου μάζας, \vec{V} .

(δ) Υπολογίστε τη στροφορμή \vec{L}_0 του συστήματος ως προς την αρχή O , και τη στροφορμή του, \vec{L}_2 , ως προς το σημείο (x_2, y_2) .



Θέμα 2 Ένα σώμα μάζας m κινείται σε μία διάσταση (πάνω στον άξονα των x) υπό την επίδραση της δύναμης $F(x) = -kx + \frac{k}{a}x^2$, όπου k και a είναι θετικές σταθερές.

(α) Ποια είναι η συνάρτηση της δυναμικής ενέργειας $U(x)$ του σώματος, αν $U(0) = 0$;

(β) Να σχεδιαστεί πρόχειρα η $U(x)$, και να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας του σώματος, καθώς και το είδος της ισορροπίας στο καθένα.

(γ) Αν το σώμα ξεκινήσει από τη θέση $x = -a$ με μηδενική αρχική ταχύτητα, υπολογίστε με πόση ταχύτητα θα περάσει από τη θέση όπου η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.

(δ) Ποια είναι η ενέργεια διαφυγής του σώματος από τη θέση $x = 0$;

Θέμα 3 Σώμα με μάζα m ολισθαίνει κατά μήκος μιας οριζόντιας κυκλικής στεφάνης ακτίνας R . Πάνω στο σώμα ασκείται δύναμη τριβής η οποία είναι αντίθετη στην κατεύθυνση κίνησης του σώματος, και έχει μέγεθος $F_{\tau p} = -\lambda v$, όπου v είναι η ταχύτητα του σώματος κατά μήκος της στεφάνης, και λ είναι μια θετική σταθερά. Η αρχική ταχύτητα του σώματος είναι v_0 .

(α) Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος ως συνάρτηση του χρόνου.

(β) Δείξτε ότι το μέτρο της στροφορμής του σώματος ως προς το κέντρο O της στεφάνης δίνεται από την έκφραση $L = L_0 e^{-\lambda t/m}$, όπου L_0 είναι το μέτρο της αρχικής στροφορμής του σώματος. Δείξτε σε ένα σχήμα τις κατευθύνσεις της ταχύτητας και της στροφορμής του σώματος.

(γ) Υπολογίστε την κεντρομόλο επιτάχυνση και εξηγήστε γιατί η κεντρομόλος δύναμη δεν επηρεάζει τη στροφορμή του σώματος.

⇒ ⇒ ⇒

Θέμα 4 Διαστημόπλοιο απομακρύνεται (ακτινικά) από τη Γη με σταθερή ταχύτητα μέτρου $c/2$ ως προς αυτήν. Κάποια στιγμή εκτοξεύεται από το διαστημόπλοιο αντικείμενο αμελητέας μάζας, με ταχύτητα μέτρου $c/3$ ως προς αυτό, και σε κατεύθυνση κάθετη στην ευθεία που ενώνει το διαστημόπλοιο με τη Γη.

(α) Πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας και ποια η κατεύθυνση κίνησης του αντικειμένου όπως την μετρά παρατηρητής στη Γη;

(β) Πώς θα αλλάξουν τα αποτελέσματα αν ισχύουν οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου;

[Υπόδειξη: Επιλέξτε με προσοχή τις κατευθύνσεις των αξόνων, για να απλοποιηθούν οι μαθηματικοί υπολογισμοί.]

Χρήσιμες σχέσεις

$$\vec{F} = -\nabla U \quad \vec{L} = M \vec{r} \times \vec{v} \quad \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

Μετασχηματισμός του Lorentz: $x' = \gamma(x - Vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right)$

$$\beta \equiv \frac{V}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad E = \gamma m_0 c^2 \quad m = \gamma m_0 \quad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Αν το σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα V ως προς το σύστημα αναφοράς S , τότε:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_y = \frac{v'_y}{\gamma \left(1 + \frac{v'_x V}{c^2}\right)}, \quad v_z = \frac{v'_z}{\gamma \left(1 + \frac{v'_x V}{c^2}\right)}.$$